

MODELOS MENTALES SOBRE EL ERROR EN LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS PARA INGENIEROS

Claudia Yadira Rodríguez Ríos
Alfonso Meléndez Acuña

Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito
Bogotá, Colombia

Resumen

Estamos equivocados acerca de lo que significa estar equivocados. Lejos de ser un signo de inferioridad intelectual, la capacidad de equivocarse es crucial para la cognición humana. Lejos de ser un defecto es una de nuestras cualidades más humanas y honorables, como la empatía, el optimismo, la imaginación o la persistencia.

Un ejemplo de cómo el error está presente se aprecia en la ciencia. La historia de este campo está llena de teorías descartadas, algunas de las cuales se consideran como grandes errores de la humanidad: la Tierra plana, la teoría geocéntrica del universo, la existencia del éter, la constante cosmológica, la fusión fría, entre muchas otras. La ciencia ha evolucionado percibiendo y corrigiendo estos errores, pero con el tiempo las correcciones a menudo también resultan incorrectas.

De otra parte, llevando el error hacia la docencia de las matemáticas, hay opciones como la de la psicóloga Carol Dweck que afirma: "Cada vez que un estudiante comete un error, se crea una nueva sinapsis en el cerebro" y una razón por la que esto es tan importante es que habla de la enorme potencia y el valor de los errores llega hasta el nivel físico y neuronal, aunque los estudiantes, por el contrario, dado el modelo mental que se tiene hacia el error, tienden a pensar que equivocarse significa que no son buenos o peor aún, que no son inteligentes".

En el mismo sentido, el psicólogo Jason Moser estudió los mecanismos neuronales que operan en el cerebro de las personas cuando cometen errores, y se encontró que cuando cometemos un error, el cerebro tiene dos respuestas excluyentes. La primera, llamada Error-Related Negativity ERN, incrementa la actividad eléctrica y es cuando el cerebro experimenta un conflicto entre una respuesta correcta y un error; esta actividad cerebral ocurre independientemente de si la persona sabe o no que ha cometido un error, lo cual se intuye al no estar seguro de que la respuesta es correcta, esto genera una inquietud, una duda. La segunda respuesta, llamada Event-Related Potential ERP, es una señal del cerebro que refleja la atención consciente a los errores; ocurre cuando hay conciencia de que se ha cometido un error y se presta atención a este.

Palabras claves: modelos mentales; error; educación matemática.

Abstract

We are wrong about what it means to be wrong. Far from being a sign of intellectual inferiority, the ability to make mistakes is crucial to human cognition. Far from being a defect is one of our most human and honorable qualities, such as empathy, optimism, imagination or persistence.

An example of how error is present is appreciated in science. The history of this field is full of discarded theories, some of which are considered as great errors of mankind: flat Earth, the geocentric theory of the universe, the existence of the ether, the cosmological constant, cold fusion, among many others. Science has evolved by perceiving and correcting these errors, but over time corrections often also turn out to be incorrect.

On the other hand, taking the error to teaching mathematics, there are options such as that of psychologist Carol Dweck who states: "Every time a student makes a mistake, creates a new synapse in the brain" and a reason for that this is so important is that it speaks of the enormous power and the value of errors reaches up to the physical and neuronal level, although the students, on the contrary, given the mental model that one has towards error, tend to think that to be wrong it means they are not good or worse, they are not smart. "

In the same vein, psychologist Jason Moser studied the neural mechanisms that operate in people's brains when they make mistakes, and found that when we make a mistake, the brain has two exclusive responses. The first, called Error-Related Negativity ERN, increases electrical activity and is when the brain experiences a conflict between a correct response and an error; This brain activity occurs regardless of whether or not the person knows that he has made a mistake, which is intuited by not being sure that the answer is correct, this generates a restlessness, a doubt. The second response, called Event-Related Potential ERP, is a brain signal that reflects conscious attention to errors; Occurs when there is awareness that a mistake has been made and attention is paid to it.

Keywords: mental model; mistake; mathematics education.

1. Introducción

"La ciencia es una elaboración humana, y por lo tanto, inacabada". Eduardo Silva Sánchez, expresidente de ACOFI y ex rector de la Escuela Colombiana de Ingeniería.

"Tal vez la historia de los errores de la humanidad sea más valiosa e interesante que el de sus descubrimientos. La verdad es uniforme y estrecha, el error se diversifica sin cesar; no tiene realidad, sino que es la creación pura y simple de la mente que la inventa. En este campo, el alma tiene espacio suficiente para expandirse, para mostrar todas sus facultades ilimitadas y todas sus bellas e interesantes extravagancias y absurdos". Benjamín Franklin.

Cuando se dice que los errores hacen que el cerebro chispee y crezca, se puede decir: "Seguramente esto sucede sólo si los estudiantes corrigen su error y luego resuelven el problema". Pero Moser considera que ni siquiera hay que ser conscientes de que se cometió un error para que se produzca crecimiento cerebral, aunque no se esté consciente del error, es un momento de lucha, el cerebro es desafiado, y es el momento en que el cerebro crece más (Moser, et al., 2011).

Sabemos que es importante que los estudiantes cometan errores, sin embargo, la mayoría de actividades en clase de matemáticas están dirigidas a buscar soluciones correctas, se demerita el poder de los errores, es posible que estemos en una cultura del desempeño, donde los errores no son valorados sino castigados. En este artículo profundizaremos en el tema de la importancia del error en la educación, y a través de ejemplos ilustrativos sobre talleres realizados, discutiremos actividades dirigidas a valorarlo generando nuevas maneras de acercarnos a la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación enfocada en el área de las matemáticas (Dweck, 2007).

2. El contexto y discusión

Es posible que Protágoras (Abdera, c. 485 a. C.- c. 411 a. C) haya sido el primer filósofo occidental que abordó explícitamente el concepto del error. Él afirmaba que los sentidos eran la fuente de todo conocimiento y negó categóricamente que pudieran estar equivocados. Esta convicción lo llevó a una especie de realismo absoluto: el mundo es precisamente como lo percibimos; sin embargo, al final de su vida cambió su opinión y planteó su famosa frase: "El hombre es la medida de todas las cosas".

Posteriormente, en sus diálogos, Platón rechazó toda noción de que los sentidos fueran la fuente original del conocimiento, para él nuestras almas estaban en armonía con el universo y conocemos las verdades básicas sobre el mundo a través de las ideas que se anteponen a las cosas (El mito de la caverna). La definición de Platón dio inicio a siglos de debates sobre la naturaleza del conocimiento y la verdad (y por consiguiente del error).

En el siglo XVII René Descartes definió el error no como en creer algo que no es verdad, sino como creer algo basado en pruebas insuficientes. En su obra *El discurso del método* desarrolló un modelo de pensamiento cuyo objetivo consistía en reducir la posibilidad de error a través de la duda y la búsqueda de verdades claras y distintas. Más adelante, en el siglo XIX, la filosofía analítica buscó la forma de reducir el error a través de la lógica formal, premisas válidas para derivar conclusiones necesariamente válidas.

Qué es el error.

En su libro clásico *El error humano*, James Reason diferencia dos conceptos, define error como el fallo en una secuencia planificada de actividades físicas o mentales para lograr un resultado deseado y equivocación cuando una acción no va de acuerdo con lo planeado. Por ejemplo, cuando empujamos una puerta para abrirla en lugar de tirar de ella o cuando pisamos el acelerador en lugar del freno, es decir, queríamos tirar la puerta o pisar el freno, pero por alguna razón no lo hicimos. El error se presenta cuando el plan en sí mismo es inadecuado para alcanzar los objetivos (Reason, 1990).

Para explicar la diferencia entre error y equivocación, Reason examina dos emergencias de centrales nucleares diferentes: en 1979, en Oyster Creek, un operador tenía la intención de cerrar las válvulas A y E, pero sin darse cuenta también cerró las válvulas B y C. Toda la circulación natural al área del núcleo del reactor se apagó, esa fue una equivocación, el trabajador tenía la intención correcta, pero falló en su ejecución.

En 1986, en Chernobyl, por error un operador redujo la potencia del reactor a un 10% de su máximo poder, a pesar de los estrictos procedimientos de seguridad que prohibían la operación por debajo del 20%. Sin embargo, un equipo de ingenieros eléctricos continuó con el programa

de pruebas planeado. Ésta y posteriores violaciones de los procedimientos de seguridad desembocaron en una doble explosión del núcleo del reactor, liberando una gran cantidad de radiación, lo cual resultó en una tragedia monumental.

Normalmente juzgamos la severidad de un error por su resultado. Un error que ocasiona muerte suele ser el más drástico, por esta razón los procedimientos de los médicos y de los pilotos han sido estudiados intensamente. Un error puede ocurrir con la mejor información y las mejores intenciones o por descuido o falta de conocimiento.

Aunque la definición de error puede ser fluida, deja de serlo cuando deliberadamente se busca realizar una acción ilegal o ilícita. En ciertas circunstancias la línea puede ser muy delgada o inexistente, por ejemplo, quienes votaron a favor de financiar la guerra contra Irak, como Hillary Clinton, más tarde afirmaron que cometieron un error basados en información incorrecta. Otros, sin duda, dirían que no fue un error sino ignorancia intencional o conveniencia política.

Es importante diferenciar entre errores activos y latentes, lo cual es clave para comprenderlos y prevenirlos, especialmente en campos de alto riesgo, pero es aplicable prácticamente en cualquier área. Un error activo es cuando el piloto choca el avión. Un error latente es un defecto de diseño que hace que el piloto, inesperadamente, no pueda controlar el avión.

Errores y educación

Es natural pensar que el modo de manejar un error es universal, pero esto no siempre es así. La respuesta a los errores depende de valores culturales profundamente arraigados, a menudo ni siquiera conscientes, es decir, de los modelos mentales que se tengan. Los estudios culturales enseñan que existen diversas formas de ver cosas que a menudo consideramos inmutables .

Incluso, en esta época de globalización e internet, las diferencias culturales siguen profundamente enraizadas. Geert Hofstede, un influyente psicólogo holandés, cuyo trabajo ha ayudado a la investigación intercultural, señala que no debemos confundir las prácticas con los valores. Un joven turco puede beber Coca-Cola y usar su teléfono celular tal como lo hace un joven americano, pero esto no significa que sus valores básicos, sus sentimientos fundamentales sobre la vida y otras personas sean similares (Hofstede, 2010).

Hofstede habla de un modelo de "cebolla", en el cual las prácticas son las capas externas, mientras que los valores son su núcleo, más difícil de ver y mucho más difícil de cambiar (Hofstede, 2010). Estos valores se configuran en muchos niveles: nacional, regional, étnico, religioso o clase social.

Aunque las personas de otros países parecen ser iguales a nosotros, si miramos en profundidad encontramos grandes diferencias. Las sociedades asiáticas son muy distintas a las occidentales, ellas están orientadas hacia la comunidad y el grupo, mientras que en Occidente prima el individuo: "En Oriente, el comportamiento no es función del individuo y lo que hay dentro de él. En una escuela japonesa, la realidad es la interdependencia de las personas, el comportamiento es una función de los otros y viceversa" (Markus & Conner, 2014).

En las escuelas japonesas los niños no se sienten humillados cuando en el tablero colocan una solución matemática incorrecta o cuando sus dibujos de humanos parecen ser seres de palo, hay una razón por la cual esto no se considera mortificante y es el sentido comunitario de cooperación que domina los valores en las aulas

"A menudo, los maestros piden a los estudiantes que levanten su mano si han obtenido respuestas correctas o incorrectas a un problema y las manos para respuestas incorrectas es a menudo abrumadora. ¿Por qué? Los estudiantes que critican su propio pensamiento son felicitados calurosamente, al igual que los estudiantes que explican lo que hay detrás de sus errores y estos se convierten en oportunidades para ayudar a los compañeros de clase en lugar de fracasos que deben ser ocultados" (Lewis, 1995).

Según Stigler, (2009), profesor experto en educación americana y asiática: "Para los estudiantes estadounidenses los errores tienden a ser interpretados como una indicación de fracaso en el aprendizaje de la lección. Para los chinos y japoneses son un índice de lo que todavía hay que aprender. En la cultura japonesa se puede pedir a los niños que resuelvan, por ejemplo, un problema de matemáticas en el tablero por un periodo de tiempo adecuado, el maestro puede ver un error que se está cometiendo y aun así esperar pacientemente a que el estudiante continúe hasta que encuentre el error y aprenda de él" (Stigler, 2009).

La cultura y educación japonesa se enfocan en el concepto de auto mejora, que enfatiza lo que todavía no está suficientemente bien. La cultura occidental se enfoca en el concepto de éxito, si algo sale bien hay que mantenerlo, pero si sale mal es poco probable que se persevere en ello y en las razones del error. Por el contrario, en la cultura japonesa los errores son un aliciente para la auto mejora.

El nuevo modelo mental del error

Carol Dweck es profesora de psicología en la Universidad de Stanford, su investigación acerca de las reacciones de los niños ante los errores ha sido muy influyente en la educación. Ella encontró que los niños a quienes se elogia por ser inteligentes a menudo están menos dispuestos a arriesgarse que a los que se invita a hacer un mayor esfuerzo. "Cuando aplaudimos a los niños por su inteligencia les decimos que el nombre del juego es: se inteligente, no te arriesgues a cometer errores" (Dweck, 2007).

La pregunta central de Dweck es: ¿Por qué algunos niños renuncian ante el fracaso mientras otros se motivan ante éste? Se creía que el temor al fracaso podía superarse con suficientes éxitos. Dweck teorizó que la diferencia entre la renuncia al fracaso y su opuesto (la determinación de dominar cosas nuevas y superar desafíos) se encuentra en las creencias de la gente acerca de porqué habían fracasado (Dweck, 2007).

Los que atribuyen su fracaso a la falta de capacidad se sentirán desalentados, incluso en áreas donde son muy capaces. Aquellos que piensan que simplemente no lo han intentado lo suficiente, por otro lado, son los que se motivan ante los fracasos. ¿Cuántas veces decimos a nuestros niños que sean más inteligentes sin saber que esto conlleva a que no se acostumbren a tomar riesgos y a que no apuesten por lo nuevo y diferente? Dweck sugiere elogiar el esfuerzo en lugar de la inteligencia, enfatizar en el niño la persistencia en intentar aprender algo, aunque al final no lo logre (Dweck, 2007).

Por ejemplo: Russell, una pensativa niña de diez años de edad, con gafas y cabello oscuro está resolviendo un rompecabezas. Allison, una estudiante graduada de la Universidad de Stanford, se sienta frente a la niña y le dice: Obtuviste nueve de nueve, debes haber trabajado duro. ¿Qué quieres hacer ahora?:

1. "Problemas que no son demasiado difíciles, así que no cometeré demasiados errores".
2. "Problemas que son bastante fáciles, así que lo haré bien".
3. "Problemas en los que soy muy buena para poder mostrar que soy inteligente".
4. "Problemas en donde aprenderé mucho, aunque no me veré tan inteligente".

Russell eligió la opción número 4. Entonces, Allison le dio un segundo rompecabezas, que claramente dejó perpleja a Russell porque se demoró más tiempo.

"Sólo conseguiste tres de nueve, eso es mucho peor", le dijo Allison sin rodeos.

Allison le dio a Russell la posibilidad de elegir entre llevar a casa el primer rompecabezas o el segundo. La niña eligió el segundo, el que no hizo tan bien.

Finalmente, le dio una rueda de papel con una parte verde que decía: "No trabajé lo suficiente" y una parte roja con el lema "No soy lo suficientemente inteligente". Russell podía ajustar la rueda para que fuera toda roja, toda verde o una combinación. Allison le pidió que explicara, usando la rueda de papel, por qué pensaba que no había hecho bien el segundo rompecabezas. Russell movió la rueda hasta que apareció la parte verde: "No trabajé lo suficiente" y dijo: "Los problemas también fueron más difíciles".

Entonces, Allison sorprendió a Russell diciéndole que el segundo rompecabezas era realmente para estudiantes de más edad, así que lo había hecho muy bien para una niña de diez años. Russell sonrió y se alejó (Tugend, 2012).

La educación matemática

La idea de que sólo algunas personas pueden tener éxito en ingeniería, ciencias o matemáticas está profundamente incrustada en la psique del mundo occidental. Muchos dirán que la matemática es diferente porque es un tema de respuestas correctas o incorrectas, pero esto no es así, y parte del cambio que necesitamos ver en matemáticas es el reconocimiento de lo creativa e interpretativa que es esta área del conocimiento.

Esta es una actividad multidimensional que requiere razonamiento y creatividad, es un conjunto de ideas que ayuda a iluminar el mundo y que, además, está evolucionando constantemente. Otro concepto erróneo sobre las matemáticas es que sólo la pueden entender las personas que son muy inteligentes, lo cual hace que el fracaso matemático sea aplastante para los estudiantes, ya que significa que no son inteligentes. Es necesario disipar este mito. El peso combinado de las ideas equivocadas sobre las matemáticas que prevalecen en la sociedad es devastador para muchos niños

Una reciente investigación neurológica estableció que cometer errores es algo muy bueno porque el cerebro chispea y crece. Es una oportunidad para el aprendizaje, incluso si no se sabe que se cometió el error. El poder de los errores es información crítica, ya que los niños y los adultos a menudo se sienten mal cuando fallan en matemáticas. Ellos piensan que significa que no son buenos para las matemáticas, porque han sido educados en una cultura para el desempeño, en la cual los errores no se valoran, y peor aún, se castigan. La idea es que los estudiantes cometan errores, pero muchas aulas están diseñadas para asignarles trabajos que al final estarán "correctos" (Moser, et al., 2011).

5. Conclusiones

En la década de los treinta, el psicólogo suizo Jean Piaget rechazó la idea del aprendizaje como procedimiento de memorización. Señaló que el verdadero aprendizaje depende de una comprensión de cómo encajan las ideas. Propuso que los estudiantes tienen modelos mentales que trazan la forma como las ideas encajan, y cuando esos modelos mentales tienen sentido para los estudiantes, están en un estado llamado equilibrio, véase, por ejemplo, Piaget, 1958, 1970, (Piaget, 1969).

Cuando los estudiantes encuentran nuevas ideas se esfuerzan por encajarlas a los modelos mentales actuales, pero cuando no parecen encajar o el modelo existente necesita cambiar, entran en un estado que Piaget denominó desequilibrio. Una persona en desequilibrio sabe que la nueva información no se puede incorporar en sus modelos de aprendizaje, pero tampoco se puede rechazar porque tiene sentido, por lo que trabajan para adaptar sus modelos

El proceso de desequilibrio suena incómodo para los estudiantes, pero es un desequilibrio, afirma Piaget, que conduce a la verdadera sabiduría. Este autor mostró el aprendizaje como un proceso desde el equilibrio, donde todo encaja bien, hacia el desequilibrio, donde una nueva idea no encaja y, luego, a un nuevo estado de equilibrio. Este proceso, afirma Piaget, es esencial para el aprendizaje (Piaget, 1969).

Es una parte vital de cómo aprendemos y cómo cambiamos. Gracias al error podemos revisar la comprensión de nosotros mismos y enmendar nuestras ideas sobre el mundo. Sin embargo, en el imaginario colectivo el error no sólo se relaciona con la vergüenza y la estupidez sino también con la ignorancia.

Cuando ocurre algún error lo evadimos, como si no lo hubiéramos cometido o no significara nada. Lo negamos, lo ignoramos, lo minimizamos o culpamos a alguien más. Vivimos en una cultura que desprecia el error pero que simultáneamente insiste en que hace parte de nuestras vidas.

La investigación sobre los errores y el desequilibrio tiene enormes implicaciones para las aulas de matemáticas, no sólo la manera como se deben manejar los errores sino también en el trabajo que se les asigna a los estudiantes

Si se quiere que ellos cometan errores, debemos darles trabajos desafiantes, que sean difíciles para ellos, lo que provocará el desequilibrio. Este trabajo debe ir acompañado de mensajes positivos sobre los errores, que permitan a los estudiantes sentirse cómodos trabajando problemas, cometiendo errores y perseverando.

Esto permitirá un gran cambio para muchos profesores que actualmente planifican las tareas de matemáticas para asegurar el éxito de los estudiantes y diseñan las preguntas para que las respondan de manera "correcta". Esto significa que los estudiantes no están siendo lo suficientemente desafiados y no están recibiendo suficientes oportunidades para aprender y para crecer sus cerebros.

5. Referencias

• Artículos de revistas

Moser, J. S. Schroder, S. H. Heeter, C. Moran, T. P. Lee, Y.-H. (2011). Mind Your Errors: Evidence for a Neural Mechanism Linking Growth Mind-Set to Adaptive Posterror Adjustments, *Psychol. Sci.*, Vol. 22, No. 12, pp. 1484-1489.

- **Libros**

Dweck, C. S. (2007). *Mindset: The New Psychology of Success*, Rep Upd edition. New York: Ballantine Books.

Reason, J. (1990). *Human Error*, 1.a ed. Cambridge University Press.

Hofstede, G. H. Hofstede, G. J. y Minkov, M. (2010). *Cultures and organizations: software of the mind : intercultural cooperation and its importance for survival*. McGraw-Hill.

Markus H. R. y Conner, A. (2014) *Clash: How to Thrive in a Multicultural World*, Reprint. Plume.

Lewis, C. C. (1995). *Educating Hearts and Minds: Reflections on Japanese Preschool and Elementary Education*, 1 edition. Cambridge: Cambridge University Press.

Stigler, J. W. & Hiebert, J. (2009). *The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*, Reissue edition. New York: Free Press.

Tugend, A. (2012). *Better By Mistake: The Unexpected Benefits of Being Wrong*, Reprint edition. Riverhead Books.

Piaget, J. & Inhelder, B. (1969). *The Psychology Of The Child*, 2 edition. New York: Basic Books,

Sobre los autores

Autor 1: Magíster en Informática Educativa e Ingeniero de Sistemas y Matemático de la Universidad de los Andes. Profesor Titular. alfonso.melendez@escuelaing.edu.co.

Autor 2: Magíster en Ingeniería Industrial de la Universidad Javeriana de Bogotá, Especialista en Gerencia de Proyectos e Ingeniera de Sistemas de la Escuela Colombiana de Ingeniería. Profesora asistente. claudia.rodriguez@escuelaing.edu.co.